

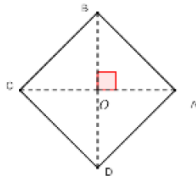
## TD : LA ROTATION DANS LE PLAN AVEC CORRECTIONS

**Exercice1 :** ABCD est un carré de centre O tel que :  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$  positif. Soit  $r_A$  la rotation de

centre A et d'angle  $\frac{\pi}{2}$  et  $r_O$  une rotation de centre O et d'angle  $\alpha$ .

- 1) Déterminer  $r_A(A)$ ;  $r_A(B)$ ;  $r_A(D)$ ,
- 2) Comment choisir  $\alpha$  pour avoir  $r_O(A) = B$ ?

Comment choisir  $\alpha$  pour avoir  $r_O(A) = C$ ?



**Solution :**  $r_A\left(A; \frac{\pi}{2}\right)$  et  $r_O(O; \alpha)$

- $r_A(A) = A$  Car le centre est le seul point invariant.
- $r_A(B) = D$  Car  $\begin{cases} AB = AD \\ (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$
- $r_A(D) = B'$  avec  $B'$  le symétrique de  $B$  par rapport à  $A$

$$2) r_O(A) = B \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$r_O(A) = C \Leftrightarrow \alpha = \pi$$

**Exercice2 :** ABCD est un carré tel que :

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$  positif et Soit  $r$  la rotation de centre A et d'angle  $\pi/2$

Décomposer la rotation  $r$  en composée de deux symétries orthogonales

**Solution :**  $r = S_{(AD)} \circ S_{(AC)}$  car  $(AD) \cap (AC) = \{A\}$

$$\text{et } (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi] \text{ OU } r = S_{(AC)} \circ S_{(AB)}$$

$$\text{car } (AB) \cap (AC) = \{A\}$$

$$\text{et } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$$

**Exercice3 :** ABC est un triangle.

On construit à l'extérieur deux triangles ABD et ACE isocèles et rectangles en A

**Solution :**

Soit  $r$  la rotation de centre A et d'angle  $\frac{\pi}{2}$

$$\text{On a : } \begin{cases} AD = AB \\ (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$$

donc :  $r(D) = B$  ❶

$$\text{On a : } \begin{cases} AC = AE \\ (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$$

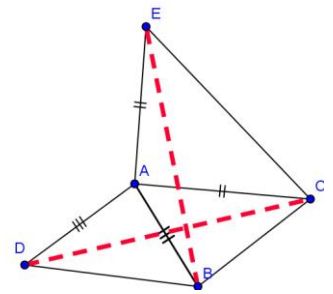
donc : ❷  $r(C) = E$

Et puisque la rotation conserve les distances

Alors de ❶ et ❷ en déduit que  $BE = CD$

2) on a  $r(D) = B$  et  $r(C) = E$

Donc :  $(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{EB}) \equiv \frac{\pi}{2}$  par suite :  $(BE) \perp (CD)$



**Exercice4 :** ABC est un triangle tel que :  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

positif. On construit à l'extérieur les carrés ABDE et ACFG

Soit  $r$  la rotation de centre A et d'angle  $\frac{\pi}{2}$

déterminer :  $r(E)$  et  $r(C)$

Et Montrer que :  $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CE}) \equiv (\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GB})[2\pi]$

**Solution :**

$$\text{on a : } \begin{cases} AE = AB \\ (\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$$

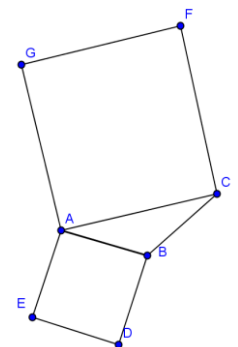
Donc :  $r(E) = B$  ❶

$$\text{Et on a : } \begin{cases} AC = AG \\ (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AG}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$$

Donc : ❷  $r(C) = G$

Et on a :  $r(A) = A$  ❸ car A le centre de la rotation

De : ❶ et ❷ et ❸ en déduit que  $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CE}) \equiv (\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GB})[2\pi]$



**Exercice5 :** ABCD est un carré de centre O

tel que :  $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$  positif.

$I$  et  $J$  deux points tels que :  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$  et

$$\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$$

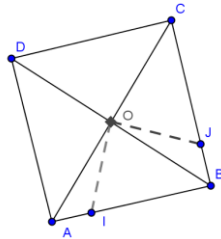
Montrer que  $(OI) \perp (OJ)$  et  $OI = OJ$

**Solution :** il suffit de montrer

que :  $r(I) = J$  ????

On pose :  $r(I) = I'$

$$\text{On a : } \begin{cases} OA = OB \\ (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases} \text{ donc}$$



$$r(A) = B$$

Et on a :  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$  donc :  $\overrightarrow{BI'} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$  ❶ car la

rotation conserve le coefficient de colinéarité de deux vecteurs

Et on sait que :  $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$  ❷

De ❶ et ❷ en déduit que  $\overrightarrow{BI'} = \overrightarrow{BJ}$  donc  $I' = J$

$$\text{Donc } r(I) = J \text{ par suite : } \begin{cases} OI = OJ \\ (\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$$

**Exercice6 :** ABCD est un carré de centre O

tel que :  $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$  positif. Soit  $(D)$  la droite

parallèle a  $(BD)$  et coupe  $(AD)$  en  $M$  et coupe  $(AB)$  en  $N$  et Soit  $r$  la rotation de centre O et

d'angle  $\frac{\pi}{2}$ .  $E$  et  $F$  les images  $M$  et  $N$

respectivement Par la rotation  $r$

1) Faire une figure et Montrer que  $(EF) \perp (MN)$

2) Déterminer l'image de la droite  $(BD)$  par la

rotation  $r$

3) Montrer que  $DN = FA$  et  $(EF) \parallel (AC)$

**Solution :1)**

on a : ❶  $r(M) = E$

et :  $r(N) = F$  ❷

de ❶ et ❷ en déduit que :

$$(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{EF}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

donc :  $(EF) \perp (MN)$

$$2) \text{ on a : } \begin{cases} OB = OC \\ (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$$

Donc :  $r(B) = C$  ❸

$$\text{Et on a : } \begin{cases} OD = OA \\ (\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OA}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases} \text{ donc } r(D) = A \text{ ❹}$$

de ❶ et ❷ en déduit que :  $r((BD)) = (AC)$

3)  $DN = FA$  ???

on a : ❶  $r(D) = A$  et ❷  $r(N) = F$

donc :  $DN = FA$

$(EF) \parallel (AC)$  ???

On a :  $(MN) \parallel (BD)$  et  $r((BD)) = (AC)$  et

$r((MN)) = (EF)$

Donc :  $(EF) \parallel (AC)$  car la rotation conserve le parallélisme

**Exercice7 :** ABC est un triangle isocèles et rectangles en A tel que :  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  positif et O le milieu du segment  $[BC]$ . D et E

deux points tels que :  $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$

Montrer que  $ODE$  est un triangle isocèles et rectangles en O

**Solution :** il suffit de

montrer que :  $r(E) = D$  ?????

On pose :  $r(E) = E'$

$$\text{On a : } \begin{cases} OA = OC \\ (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$$

Donc :  $r(C) = A$  ❶

$$\text{Et on a : } \begin{cases} OA = OB \\ (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases} \text{ donc : } r(A) = B \text{ ❷}$$

Et on a :  $\overrightarrow{CE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$  ❸

De ❶ et ❷ et ❸ : en déduit que :  $\overrightarrow{AE'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$  ❹ car la

rotation conserve le coefficient de colinéarité de deux vecteurs

Et on sait que :  $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$  ❺

De ❹ et ❺ en déduit que :  $\overrightarrow{AE'} = \overrightarrow{AD}$  cad  $E' = D$

Donc :  $r(E) = D$  par

$$\text{suite : } \begin{cases} OE = OD \\ (\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$$

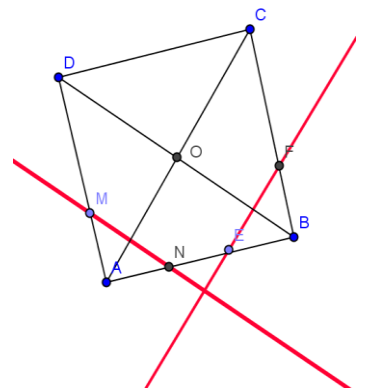
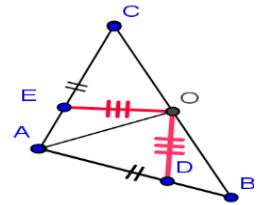
Donc  $ODE$  est un triangle isocèles et rectangles en O

**Exercice8 :** ABCD est un carré tel que :

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$  positif. et AED

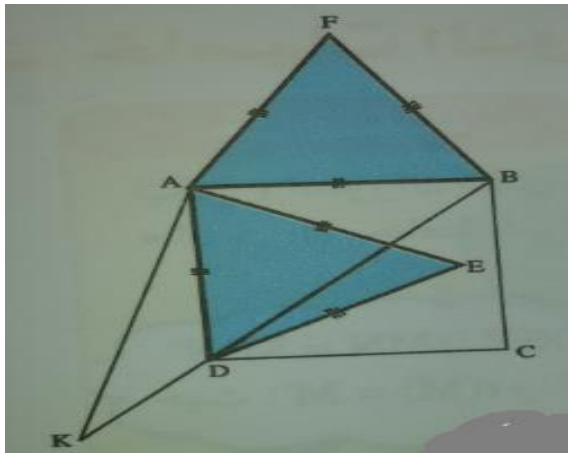
et AFB deux triangles équilatéraux

Montrer que les points : E et C et F sont alignés



**Solution** : soit  $r$  la rotation de centre A

et



d'angle  $\frac{\pi}{3}$  :  $r\left(A; \frac{\pi}{3}\right)$

et soit K l'antécédent de C par  $r$

On a :  $r(B) = F$

Car  $\begin{cases} AB = AF \\ \left(\overline{AB}, \overline{AF}\right) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi] \end{cases}$

Et on a :  $r(D) = E$  Car  $\begin{cases} AD = AE \\ \left(\overline{AD}, \overline{AE}\right) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi] \end{cases}$

Et on a :  $r(K) = C$

donc :  $AK = AC$  et  $\left(\overline{AK}, \overline{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$

puisque :  $AB = BC$  donc B appartient à la médiatrice du segment  $[AC]$

et  $AD = DC$  donc D appartient à la médiatrice du segment  $[AC]$

et on a :  $AK = AC$  et  $\left(\overline{AK}, \overline{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$

donc :  $AKC$  est équilatéral donc K appartient à la médiatrice du segment  $[AC]$

Donc les points : K et B et D sont alignés

Et puisque la rotation conserve les alignement des points alors : les points : E et C et F sont alignés

**Exercice9** : ABCD est un carré tel que :  $\left(\overline{AB}, \overline{AD}\right)$

positif et Soit  $r$  la rotation de centre A et

d'angle  $\frac{\pi}{2}$

1) déterminer la nature de la transformation suivante :  $S_{(AD)} \circ S_{(AB)}$

1) on considère les rotations suivantes :  $r\left(A; \frac{\pi}{2}\right)$

et  $r'\left(B; \frac{\pi}{2}\right)$  et  $r''\left(C; -\frac{\pi}{2}\right)$

déterminer la nature des transformations suivante :  $r \circ r'$  et  $r \circ r''$

**Solution** : 1)  $S_{(AD)} \circ S_{(AB)} = r\left(A; 2\frac{\pi}{2}\right) = r(A; \pi) = S_A$

2) a)  $r \circ r'$  on a  $A \neq B$  et  $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi \neq 2k\pi$  donc c'est une rotation  $r\left(?, \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = r(?, \pi)$  cad une symétrie

central

Déterminons le centre de la rotation  $r \circ r'$  ?

On a :  $r \circ r' = S_{(AC)} \circ S_{(AB)} \circ S_{(AB)} \circ S_{(BD)} = S_{(AC)} \circ S_{(BD)}$

Et puisque :  $(AC) \cap (BD) = \{O\}$

Alors le centre de la rotation est le point O

2) b)  $r \circ r''$  ???

on a  $A \neq C$  et  $\frac{\pi}{2} + \left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$  donc c'est une

translation

Déterminons le vecteur de la translation  $r \circ r''$  ?

On a :  $r \circ r''(C) = r(r''(C)) = r(C) = C'$

Avec :  $\begin{cases} AC = AC' \\ \left(\overline{AC}, \overline{AC'}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

Donc  $r \circ r''$  est une translation de vecteur  $\overline{CC'}$

**Exercice10** : ABCD est un carré de centre O

tel que :  $\left(\overline{OA}, \overline{OB}\right)$  négatif. Soient M, N, P et Q quatre

points dans le plan tels que :  $\overline{DQ} = \frac{1}{3}\overline{DA}$  et

$\overline{CP} = \frac{1}{3}\overline{CD}$  et  $\overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{AB}$  et  $\overline{BN} = \frac{1}{3}\overline{BC}$

la droite  $(AN)$  coupe les droites  $(DM)$  et  $(BP)$

Respectivement en E et F

la droite  $(CQ)$  coupe les droites  $(DM)$  et  $(BP)$

Respectivement en H et G

Soit  $r$  la rotation de centre O et d'angle  $-\pi/2$

1) Faire une figure dans le cas ou :  $AB = 6cm$

2) Montrer que :  $r(M) = N$  et  $r(N) = P$  et  $r(P) = Q$  et  $r(Q) = M$

3) a) Montrer que :  $r(F) = G$

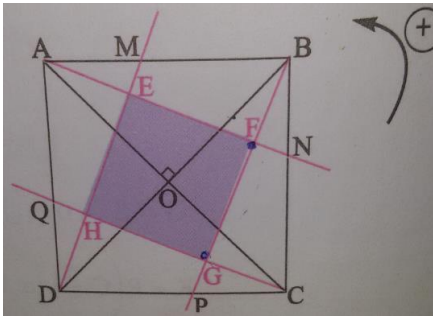
b) en déduire que : le triangle  $FOG$  est isocèle et rectangle en O

4) a) calculer :  $(r \circ r)(F)$  et  $(r \circ r)(E)$

4b) en déduire que : les segments  $[EG]$  et  $[FH]$  ont le même milieu

5) Montrer que : EFGH est un carré

**Solution :1)**



2) on a  $\begin{cases} OA = OB \\ (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$  donc :  $r(A) = B$

$\begin{cases} OB = OC \\ (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$  donc :  $r(B) = C$

Et puisque  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$  et la rotation conserve le coefficient de colinéarité de deux vecteurs

Alors :  $r(A)r(M) = \frac{1}{3}r(A)r(B)$

cad :  $r(M) = \frac{1}{3}r(B)$  et on a :  $r(B) = C$

donc :  $r(M) = N$

de même : on montre que :  $r(N) = P$  et  $r(P) = Q$

et  $r(Q) = M$

3) a) on montre que :  $r(F) = G$  ?

Puisque :  $r(N) = P$  et  $r(A) = B$  alors :  $r((AN)) = (BP)$

Et Puisque :  $r(P) = Q$  et  $r(A) = B$  alors :

$r((AN)) = (BP)$

Et puisque :  $r(P) = Q$  et  $r(B) = C$  alors :

$r((BP)) = (QC)$

Donc :  $r((AN) \cap (BP)) = r((AN)) \cap r((BP))$  car  $r$  est une application injective

Donc :  $r(\{F\}) = (BP) \cap (QC) = \{G\}$  par suite :  $r(F) = G$

3)b) On a :  $r(F) = G$  donc :  $\begin{cases} OF = OG \\ (\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{OG}) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$

Donc : le triangle  $FOG$  est isocèle et rectangle en  $O$

4)a) On a :  $r(C) = D$  et  $r(Q) = M$  et  $r(B) = C$

donc :  $r((CQ)) = (DM)$  et puisque :  $r((BP)) = (QC)$

alors :  $r((CQ) \cap (BP)) = (DM) \cap (QC)$  cad :

$r(\{G\}) = \{H\}$  donc :  $r(G) = H$

on a :  $(r \circ r)(F) = r(r(F)) = r(G) = H$  et on a :

$r((AN)) = (BP)$  et  $r((DM)) = (AN)$

donc :  $r((AN) \cap (DM)) = (AN) \cap (BP)$

donc :  $r(E) = F$

On a :  $(r \circ r)(EF) = r(r(E)) = r(F) = G$

4)b) puisque  $r$  est une rotation d'angle :  $-\pi/2$

alors :  $r \circ r$  est une rotation d'angle :

$2 \times (-\pi/2) = -\pi$  donc  $r \circ r$  est une symétrie

central et soit  $K$  son centre

Puisque on a :  $(r \circ r)(F) = H$  et  $(r \circ r)(E) = G$

Alors :  $K$  est le milieu des segments  $[EG]$  et  $[FH]$

Donc : les segments  $[EG]$  et  $[FH]$  ont les mêmes milieux

4) puisque les segments  $[EG]$  et  $[FH]$  ont les

mêmes milieux alors :  $EFGH$  est un

parallélogramme et on a aussi :  $r(F) = G$  et

$r(E) = F$  donc :  $EF = FG$  et  $(\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{FG}) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$

Donc :  $EFGH$  est un carré.

**Exercice11** :  $ABCD$  est un carré de centre  $O$

tel que :  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \pi/2[2\pi]$ . Soient  $I, J, K$  et  $L$  les

milieux respectivement des segments  $[AB]$  et

$[BC]$  et  $[CD]$  et  $[DA]$ .

1) Déterminer les mesures des angles suivants :

a)  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$  b)  $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB})$  c)  $(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CA})$  d)  $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD})$

2) soit  $S_{(AB)}$  la symétrie axiale d'axe  $(AB)$

soit  $r_{(A; \frac{\pi}{2})}$  la rotation de centre  $A$  et d'angle  $\pi/2$

et  $t_{\vec{u}}$  la translation de vecteur  $\vec{u}$

Déterminer la nature et les éléments

caractéristiques des transformations suivantes :

a)  $F = S_{(AC)} \circ S_{(BD)}$  b)  $G = S_{(AC)} \circ S_{(AB)}$

c)  $H = r_{(D; \pi)} \circ r_{(A; \pi)}$  d)  $K = r_{(C; \frac{\pi}{2})} \circ r_{(D; \pi)} \circ r_{(A; \frac{\pi}{2})}$

**Solution :1)** a) les droites  $(AC)$  et  $(BD)$  et  $(JL)$  et

$(IK)$  sont des axes de symétries du carré  $ABCD$

On a :  $S_{(AC)}(A) = A$  et  $S_{(AC)}(C) = C$  et  $S_{(AC)}(B) = D$

Donc on déduit que :  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}) \equiv -(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB})[2\pi]$

Donc :  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}) \equiv (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})[2\pi]$

Donc :  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

b) On a :  $S_{(LJ)}(A) = D$  et  $S_{(LJ)}(C) = B$  et  $S_{(LJ)}(B) = C$

Donc on deduit que :  $(\overline{DA}, \overline{DB}) \equiv -(\overline{AD}, \overline{AC}) [2\pi]$

Donc :  $(\overline{DA}, \overline{DB}) \equiv (\overline{AC}, \overline{AD}) [2\pi]$

Donc :  $(\overline{DA}, \overline{DB}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

Puisque la rotation conserve la mesure de l'angle orienté et on a :  $r_{(O;\pi)}(A) = C$  et  $r_{(O;\pi)}(B) = D$  et

$r_{(O;\pi)}(C) = A$  alors :  $(\overline{CD}, \overline{CA}) \equiv (\overline{AB}, \overline{AC}) [2\pi]$

Donc :  $(\overline{CD}, \overline{CA}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

d) puisque :  $(\overline{CD}, \overline{CA}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$  alors :  $(\overline{CA}, \overline{CD}) \equiv -\frac{\pi}{4} [2\pi]$

2)a)  $F = S_{(AC)} \circ S_{(BD)}$  ??

On a :  $(AC) \cap (BD) = \{O\}$

Donc  $F$  est la composé de deux symétries

orthogonaux d'axes qui se coupent en O

Donc :  $F$  est rotation de centre O

Et puisque :  $(AC) \perp (BD)$  alors :  $F$  est une symétrie

central de centre O ou  $F = r_{(O;\pi)}$

2)b)  $G = S_{(AC)} \circ S_{(AB)}$  ??

On a :  $(AB) \cap (AC) = \{A\}$  et  $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

Donc  $G$  est la composé de deux symétries

orthogonaux d'axes qui se coupent en A

Donc :  $G$  est rotation de centre A

$G = r_{(O;2\frac{\pi}{4})} = r_{(O;\frac{\pi}{2})}$

2)c)  $H = r_{(D;\pi)} \circ r_{(A;\pi)}$  ??

Puisque toute rotation est le composé de deux

symétries axiales on peut en déduire :

$r_{(D;\pi)} = S_{(DC)} \circ S_{(DA)}$  et  $r_{(A;\pi)} = S_{(DA)} \circ S_{(AB)}$

Donc :  $H = r_{(D;\pi)} \circ r_{(A;\pi)} = S_{(DC)} \circ S_{(DA)} \circ S_{(DA)} \circ S_{(AB)}$

Et puisque :  $S_{(DA)} \circ S_{(DA)} = I_P$  alors :  $H = S_{(DC)} \circ S_{(AB)}$

Et puisque :  $(DC) \parallel (AB)$  alors :  $H$  est une

translation et puisque :  $A \in (AB)$  et D la projection

du point D sur la droite  $(DC)$  alors :

$S_{(DC)} \circ S_{(AB)} = t_{2\overline{AD}}$  donc :  $H = t_{2\overline{AD}}$

d)  $K = r_{(C;\frac{\pi}{2})} \circ r_{(D;\pi)} \circ r_{(A;\frac{\pi}{2})}$  ??

Puisque toute rotation est le composé de deux

symétries axiales on peut en déduire :

$r_{(C;\frac{\pi}{2})} = S_{(CA)} \circ S_{(CD)}$  et  $r_{(D;\pi)} = S_{(DC)} \circ S_{(DA)}$  car

$(\overline{CD}, \overline{CA}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

Et on a :  $r_{(A;\frac{\pi}{2})} = S_{(AD)} \circ S_{(AC)}$

Donc :

$K = S_{(CA)} \circ S_{(CD)} \circ S_{(DC)} \circ S_{(AD)} \circ S_{(AC)} = S_{(CA)} \circ I_P \circ I_P \circ S_{(AC)}$

$K = S_{(CA)} \circ S_{(AC)} = I_P$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »  
Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs  
et exercices

Que l'on devient un mathématicien

